

# Apprentissage de précédences pour des problèmes de planification avec des réseaux de neurones en graphes

---

Hélène Verhaeghe<sup>1</sup>, Quentin Cappart<sup>2</sup>, Gilles Pesant<sup>2</sup>, Claude-Guy Quimper<sup>3</sup>

1 Juillet 2025

<sup>1</sup> UCLouvain, Louvain-la-Neuve, Belgique, [helene.verhaeghe@uclouvain.be](mailto:helene.verhaeghe@uclouvain.be)

<sup>1</sup> KULeuven, Leuven, Belgique

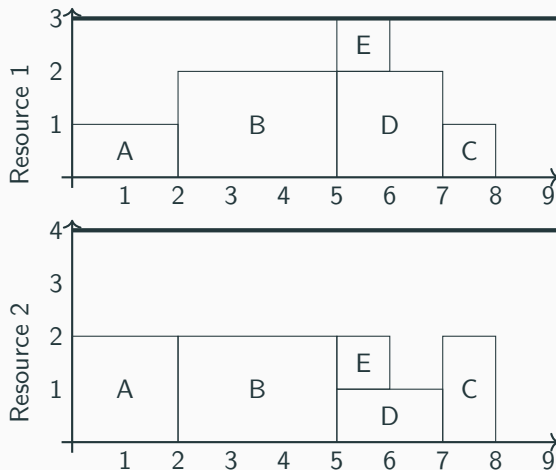
<sup>2</sup> Polytechnique Montréal, Montréal, Canada

<sup>3</sup> Université Laval, Québec, Canada



| Tâche | $p_i$ | $c_{ir_1}$ | $c_{ir_2}$ | succ  |
|-------|-------|------------|------------|-------|
| A     | 2     | 1          | 2          | B C D |
| B     | 3     | 2          | 2          | E     |
| C     | 1     | 1          | 2          |       |
| D     | 2     | 2          | 1          | C     |
| E     | 1     | 1          | 1          | C     |

$C_{r_1} = 3$  et  $C_{r_2} = 4$



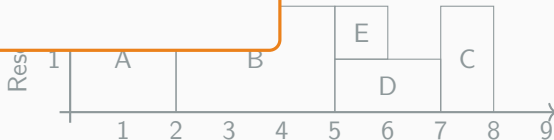
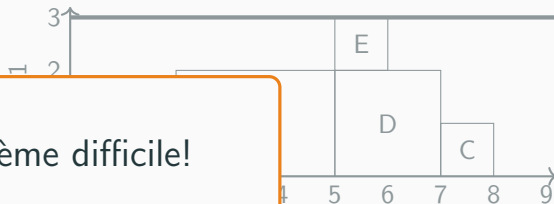
| Tâche | $p_i$ | $C_{ir_1}$ | $C_{ir_2}$ |
|-------|-------|------------|------------|
| A     | 2     | 1          | 2          |
| B     | 3     | 2          | 2          |
| C     | 1     | 1          | 2          |
| D     | 2     | 2          | 1          |
| E     | 1     | 1          | 1          |

$C_{r_1} = 3$  et  $C_{r_2} = 4$

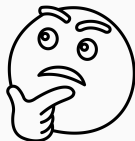
Problème difficile!

PSPLib J60: **28** non résolues!

PSPLib J90: **70** non résolues!



Que se passerait-il si nous avions plus d'information sur la solution ?

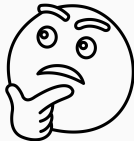


Que se passerait-il si nous avions plus d'information sur la solution ?



- Guider vers la solution
- Réduire l'espace de recherche

Comment obtenir des informations sur la solution?



## Comment obtenir des informations sur la solution?



Pourquoi pas l'apprentissage  
automatique ?

Peut-on apprendre à prédire  
certaines informations ?

## Comment obtenir des informations sur la solution?



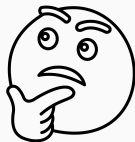
Pourquoi pas l'apprentissage  
automatique ?

Peut-on apprendre à prédire  
certaines informations ?

## **Quel outil d'apprentissage automatique?**



Quelle information pourrait être utile?



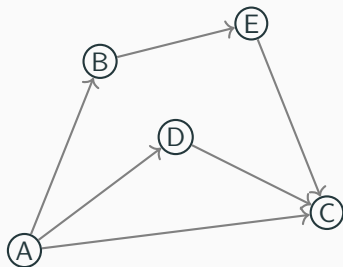
Quelle information pourrait être utile?



Les précédences entre des paires de tâches

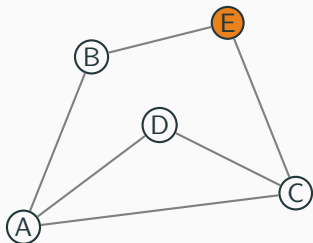
| Tâche | $p_i$ | $c_{ir_1}$ | $c_{ir_2}$ | succ  |
|-------|-------|------------|------------|-------|
| A     | 2     | 1          | 2          | B C D |
| B     | 3     | 2          | 2          | E     |
| C     | 1     | 1          | 2          |       |
| D     | 2     | 2          | 1          | C     |
| E     | 1     | 1          | 1          | C     |

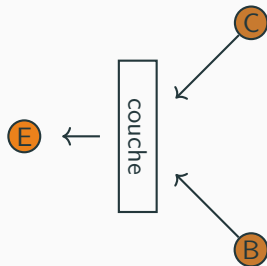
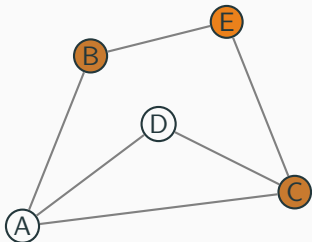
$C_{r_1} = 3$  et  $C_{r_2} = 4$

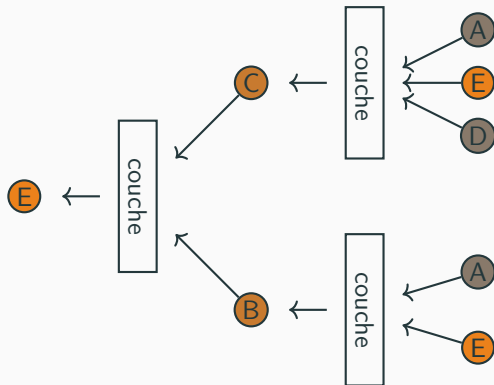
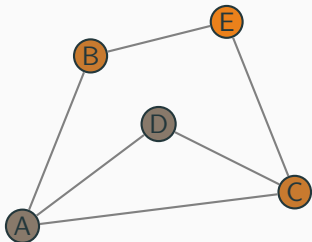


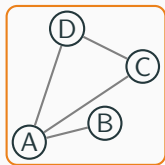
# Réseaux de Neurones en Graphes

---



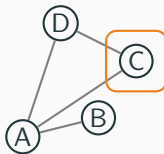






classe A?  
classe B?

Classification de graphes



classe A?  
classe B?

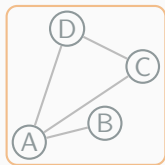
Classification de noeud



oui?  
non?

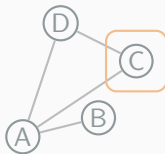
Prédiction d'arêtes





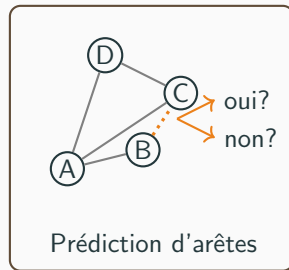
classe A?  
classe B?

Classification de graphes



classe A?  
classe B?

Classification de noeud

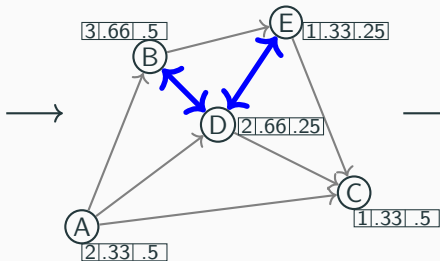


Prédiction d'arêtes

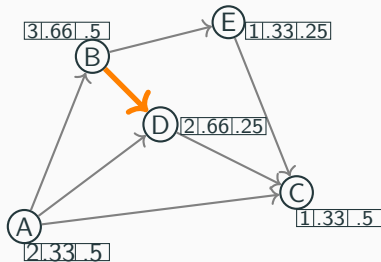
# Méthodologie

---

| Task | $p_i$ | $c_{ir_1}$ | $c_{ir_2}$ | succ  |
|------|-------|------------|------------|-------|
| A    | 2     | 1          | 2          | B C D |
| B    | 3     | 2          | 2          | E     |
| C    | 1     | 1          | 2          |       |
| D    | 2     | 2          | 1          | C     |
| E    | 1     | 1          | 1          | C     |



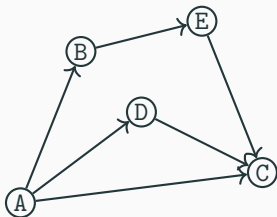
GNN + MLP



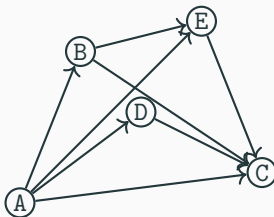
solution

solveur

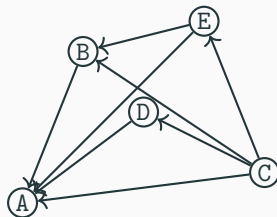
Instance



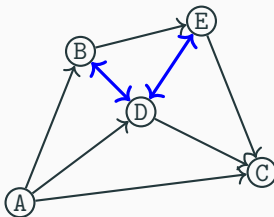
Fermeture transitive



Évitées



Candidate



## Précédences additionnelles

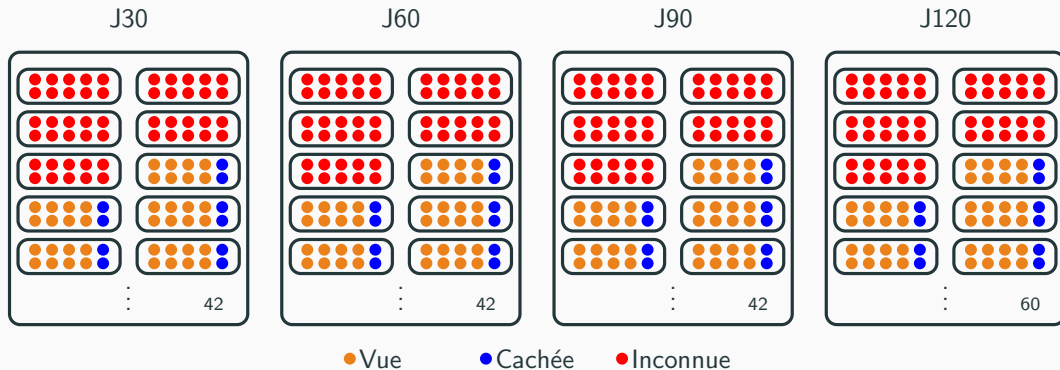
- + réduction de l'espace de recherche
- restriction du problème

## Heuristique

- + préservation des solutions
- décision statiques sont plus lent

# Résultats

---



- solutions après 1h de temps limite
- validation croisée en 10 blocs
- solveur chuffed
- deux modèles PPC :
  - un avec heuristique "tâche la plus tôt en premier"
  - un avec heuristique "sbps/vsids"

|                         | Model A ("without") |             |            |           | Model B ("with") |             |            |           |
|-------------------------|---------------------|-------------|------------|-----------|------------------|-------------|------------|-----------|
|                         | <i>f1</i>           | <i>prec</i> | <i>rec</i> | <i>tn</i> | <i>f1</i>        | <i>prec</i> | <i>rec</i> | <i>tn</i> |
| SEEN <sub>J120</sub>    | 0.79                | 0.89        | 0.71       | 0.91      | 0.71             | 0.82        | 0.62       | 0.87      |
| UNSEEN <sub>J120</sub>  | 0.78                | 0.89        | 0.70       | 0.92      | 0.71             | 0.83        | 0.62       | 0.87      |
| UNKNOWN <sub>J120</sub> | 0.80                | 0.90        | 0.72       | 0.92      | 0.72             | 0.84        | 0.64       | 0.87      |
| ALL <sub>J120</sub>     | 0.79                | 0.89        | 0.71       | 0.91      | 0.71             | 0.83        | 0.62       | 0.87      |

|         | Prédictions utilisées comme contraintes |                |               |               | Prédictions utilisées pour l'ordonnancement |               |             |            |
|---------|-----------------------------------------|----------------|---------------|---------------|---------------------------------------------|---------------|-------------|------------|
|         | to=1s                                   | to=1m          | to=10m        | to=1h         | to=1s                                       | to=1m         | to=10m      | to=1h      |
| Model A | 411/163                                 | 108/454        | 24/533        | 28/526        | 413/45                                      | 172/39        | 6/25        | 1/13       |
| Model B | <b>419/152</b>                          | <b>125/386</b> | <b>26/469</b> | <b>34/459</b> | <b>433/26</b>                               | <b>179/25</b> | <b>8/17</b> | <b>2/8</b> |

**Configuration:** Entraînement sur les instances  $\leq J120$  généralisée avec ou sans vsids/sbps;  
évaluation sur les instances J120, avec vsids/sbps



Takeaway: Use best training set

Worse training metrics

Better use metrics

**Configuration:** Entraînement sur les instances  $\leq J120$  généralisée avec ou sans vsids/sbps;  
évaluation sur les instances J120, avec vsids/sbps

|                         | <i>f1</i> | <i>prec</i> | <i>rec</i> | <i>tn</i> |
|-------------------------|-----------|-------------|------------|-----------|
| SEEN <sub>J120</sub>    | 0.72      | 0.82        | 0.64       | 0.86      |
| UNSEEN <sub>J120</sub>  | 0.72      | 0.83        | 0.64       | 0.87      |
| UNKNOWN <sub>J120</sub> | 0.73      | 0.83        | 0.65       | 0.87      |
| ALL <sub>J120</sub>     | 0.72      | 0.83        | 0.64       | 0.87      |

|                   | Prédictions utilisées comme contraintes |                |                |                | Prédictions utilisées pour l'ordonnancement |               |             |            |
|-------------------|-----------------------------------------|----------------|----------------|----------------|---------------------------------------------|---------------|-------------|------------|
|                   | 1s                                      | 1m             | 10m            | 1h             | 1s                                          | 1m            | 10m         | 1h         |
| $\leq$ J120 train | 419/152                                 | <b>125/386</b> | 26/ <b>469</b> | 34/ <b>459</b> | <b>433/26</b>                               | 179/25        | <b>8/17</b> | <b>2/8</b> |
| $\leq$ J60 train  | <b>421/141</b>                          | 119/398        | <b>27/484</b>  | <b>35/481</b>  | <b>430/17</b>                               | <b>187/18</b> | <b>6/10</b> | <b>1/4</b> |

**Configuration:** Entraînement sur les instances  $\leq$ J60; évaluation sur les instances J120, avec vsids/sbps

|                        | <i>f1</i> | <i>prec</i> | <i>rec</i> | <i>tn</i> |
|------------------------|-----------|-------------|------------|-----------|
| SEEN <sub>J120</sub>   | 0.72      | 0.82        | 0.64       | 0.86      |
| UNSEEN <sub>J120</sub> | 0.72      | 0.83        | 0.64       | 0.87      |

Takeaway: very good generalization

Equivalent training metrics

Equivalent use metrics

pour l'ordonnement

10m

1h

≤J120 train

419/1

≤J60 train

421/1

8/17

2/8

6/10

1/4

**Configuration:** Entraînement sur les instances  $\leq J60$ ; évaluation sur les instances J120, avec vsids/sbps



Sol 1

Sol 1

Sol 2

Sol 3

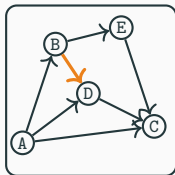
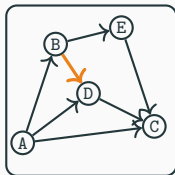
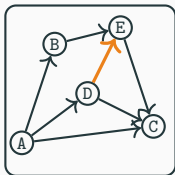
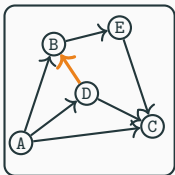
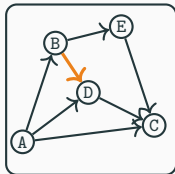
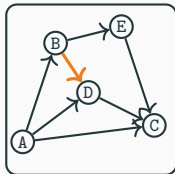
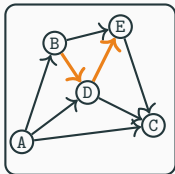
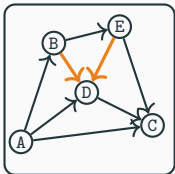
Sol 4

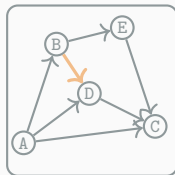
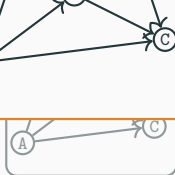
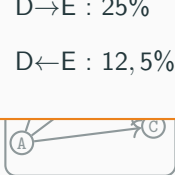
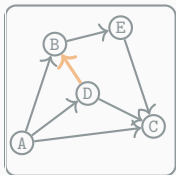
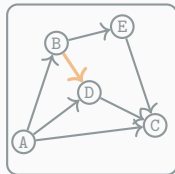
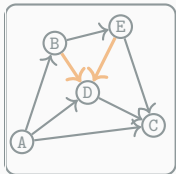
Sol 5

Sol 6

Sol 7

Sol 8



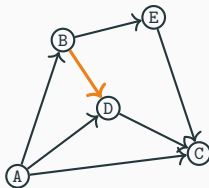


**$B \rightarrow D$  : 75%**

$B \leftarrow D$  : 12,5%

$D \rightarrow E$  : 25%

$D \leftarrow E$  : 12,5%



|                     | f1   | prec | rec  | tn   |
|---------------------|------|------|------|------|
| ALL <sub>J30</sub>  | 0.67 | 0.80 | 0.57 | 0.86 |
| ALL <sub>J60</sub>  | 0.68 | 0.79 | 0.59 | 0.84 |
| ALL <sub>J90</sub>  | 0.67 | 0.78 | 0.59 | 0.83 |
| ALL <sub>J120</sub> | 0.72 | 0.83 | 0.64 | 0.87 |

|           | Prédictions utilisées comme contraintes |                |               |               | Prédictions utilisées pour l'ordonnancement |              |            |            |
|-----------|-----------------------------------------|----------------|---------------|---------------|---------------------------------------------|--------------|------------|------------|
|           | 1s                                      | 1m             | 10m           | 1h            | 1s                                          | 1m           | 10m        | 1h         |
| 1-sol     | 421/141                                 | 119/398        | 27/484        | 35/481        | 430/17                                      | 187/18       | 6/10       | 1/4        |
| Aggregate | <b>436/108</b>                          | <b>154/332</b> | <b>46/427</b> | <b>48/424</b> | <b>451/0</b>                                | <b>193/1</b> | <b>7/2</b> | <b>0/2</b> |

**Configuration:** Entraînement sur les instances  $\leq J60$ , avec agrégation de jusqu'à 100 solutions (seuil de 70%); évaluation sur les instances J120, avec vsids/sbps



|                    | f1   | prec | rec  | tn   |
|--------------------|------|------|------|------|
| ALL <sub>J30</sub> | 0.67 | 0.80 | 0.57 | 0.86 |
| ALL <sub>J60</sub> | 0.68 | 0.79 | 0.59 | 0.84 |

## Conclusion: Précédences plus utiles

Similaires métriques à l'entraînement

Meilleures métriques à l'utilisation

|           | Préd<br>1s |
|-----------|------------|
| 1-sol     | 421/14     |
| Aggregate | 436/10     |

| pour l'ordonnancement |     |
|-----------------------|-----|
| 10m                   | 1h  |
| 6/10                  | 1/4 |
| 7/2                   | 0/2 |

**Configuration:** Entraînement sur les instances  $\leq J60$ , avec agrégation de jusqu'à 100 solutions (seuil de 70%); évaluation sur les instances J120, avec vsids/sbps

# Conclusion

---



- Solution indépendante de solveur
- Bonnes capacités d'apprentissage
- Très bonne généralisation, permettant de travailler avec des instances plus simples
- Réduction du bruit grâce aux solutions agrégées
- Meilleures solutions plus tôt

Merci pour votre attention!

Des questions?

<https://hverhaeghe.bitbucket.io/>